1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 12-8 استخدام هندسة الإحداثيات لإثبات تطابق المثلثات.

الدرس 12-8 تحديد موضع المثلثات وتسميتها لاستخدامها في البراهين الإحداثية. كتابة البراهين الإحداثية.

بعد الدرس 12-8 حساب محيط ومساحة متوازيات الأضلاع والمثلثات.

2 التدريس

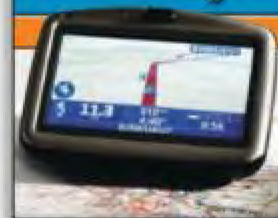
الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- ما وجه التشابه بين النظام الإحداثي الذي يستخدمه نظام تحديد المواقع العالمي والنظام الإحداثي الهندسي؟ **المحور x هو خط العرض والمحور y هو خط الطول.**
- كيف تظن أن القمر الصناعي يحدد موقعك على الأرض؟ **تُقبل جميع الإجابات المنطقية.**
- ما الذي تريد معرفته لإيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي؟ **يتبغي معرفة الإحداثيات لكل نقطة.**

الدرس 12-8 المثلثات والبرهان الإحداثي



السابق

- لقد استخدمت الهندسة الإحداثية لإثبات تطابق المثلثات.

الحالي

1. تحديد موضع المثلثات وكتابة أسمائها للاستخدام في البراهين الإحداثية.
2. كتابة البراهين الإحداثية.

لماذا؟

- يطلق النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS) بثًا من الأقمار الصناعية يسمح بتحديد الموقع الدقيق لسيارة. ويمكن استخدام المعلومات مع برنامج ملاحة لتقديم اتجاهات القيادة.

المفردات الجديدة

البرهان الإحداثي
coordinate proof

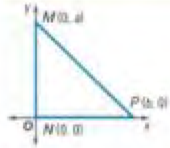
إثبات نظريات حول المثلثات.
استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية المحيطة بحولك.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 تحديد موضع المثلثات وكتابة أسمائها

كما هو الحال مع نظم تحديد المواقع العالمية، تتيح معرفة إحداثيات الشكل في مستوى إحداثي إمكانية أن تتعرف على خصائصه وتتوصل إلى استنتاجات بشأنه. **البراهين الإحداثية** تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية. والخطوة الأولى في برهان إحداثي هي وضع الشكل على المستوى الإحداثي.

مثال 1 تحديد موضع مثلث وتسميته

حدد موضع المثلث قائم الزاوية MNP واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول الساق $\overline{MN}$ إلى a من الوحدات وطول الساق $\overline{NP}$ إلى b من الوحدات.



- سيكون طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الموازي للمحاور أسهل في التحديد من طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الذي ليس موازيًا لمحور. بما أن هذا مثلث قائم الزاوية، يمكن تحديد موضع ضلعين على محور.
- سيتيح وضع الزاوية القائمة للمثلث، $\angle N$، عند نقطة الأصل إمكانية وضع الساقين بمحاذاة المحورين الأفقي x والرأسي y.
- ضع المثلث في الربع الأول.
- بما أن M على المحور y، فإحداثي x لها هو 0. وإحداثي y هو a لأن طول الساق a وحدات.
- بما أن P على المحور x، فإحداثي y هو 0. وإحداثي x هو b لأن طول الساق b وحدات.

تمرين موجّه **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

1. حدد موضع المثلث متساوي الساقين JKL واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول قاعدته $\overline{JL}$ إلى a وحدات وضع رأسه K على المحور الرأسي y ويبلغ ارتفاع المثلث b وحدات.

المفهوم الأساسي وضع المثلثات على المستوى الإحداثي

الخطوة 1 استخدم نقطة الأصل كرأس أو مركز للمثلث.

الخطوة 2 ضع ضلعًا واحدًا على الأقل في المثلث على محور.

الخطوة 3 حافظ على المثلث داخل الربع الأول إذا كان ذلك ممكنًا.

الخطوة 4 استخدم الإحداثيات التي تجعل الحسابات بسيطة قدر الإمكان.

1 تحديد مواضع المثلثات وتسميتها

يوضح **المثالان 1 و 2** كيفية استخدام البراهين الإحداثية لإثبات المفاهيم الهندسية.

التقويم التكويني

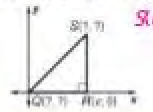
استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد موضع واسم المثلث قائم الزاوية XYZ على أن يبلغ طول الساق $\overline{XZ}$ d من الوحدات على المستوى الإحداثي.

2 عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين القائم الزاوية QRS.

$Q(0, 0)$، و $S(c, c)$

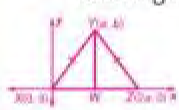


2 كتابة البراهين الإحداثية

يوضح **المثالان 3 و 4** للطلاب كيفية استخدام الخواص والنظريات في كتابة البراهين الإحداثية.

مثال إضافي

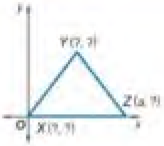
3 اكتب البرهان الإحداثي لإثبات أن القطعة المستقيمة التي تصل بين زاوية الرأس في المثلث متساوي الساقين ونقطة منتصف قاعدته متعامدة على القاعدة.



نقطة منتصف $\overline{XZ}$ تساوي $(a, 0)$. وميل $\overline{YW}$ غير معرّف، وميل $\overline{XZ}$ يساوي 0. إذًا، $\overline{YW} \perp \overline{XZ}$.

مثال 2 تحديد الإحداثيات المجهولة

عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين XYZ.



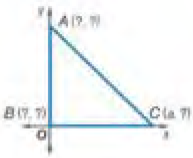
يقع الرأس X عند نقطة الأصل، وإحداثياته هي $(0, 0)$.

يقع الرأس Z على المحور x. إذًا إحداثي y هو 0. إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$.

$\triangle XYZ$ متساوي الساقين. إذًا باستخدام قطعة رأسية من Y إلى المحور x ونظرية الوتر–الساق تثبت أن إحداثي x لـ Y في منتصف المسافة بين 0 و a أو $\frac{a}{2}$. لا يمكننا كتابة إحداثي y بدلالة a. إذًا نسميها b. إحداثيات النقطة Y هي $\left(\frac{a}{2}, b\right)$.

تمرين موجّه

2. عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين القائم الزاوية ABC. $A(0, a), B(0, 0), C(a, 0)$



نصيحة دراسية

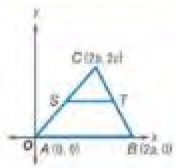
الزاوية القائمة تقاطع المحورين الأفقي x والرأسي y بشكل زاوية قائمة. ولهذا فهو مكان مناسب لتحديد موقع الزاوية القائمة في شكل مثل المثلث قائم الزاوية.

2 كتابة البراهين الإحداثية

بعد وضع مثلث على المستوى الإحداثي وتسميته، يمكننا استخدام البراهين الإحداثية للتحقق من الخصائص وبرهنة النظريات.

مثال 3 كتابة برهان إحداثي

اكتب برهانًا إحداثيًا لتوضيح أن القطعة المستقيمة الموصلة بين نقطتي المنتصف في ضلعين لمثلث تتوازى مع الضلع الثالث.



ضع رأسًا عند نقطة الأصل واكتب عليها A. استخدم إحداثيات تمثل مضاعفات العدد 2 لأن قانون نقطة المنتصف يتضمن قسمة مجموع الإحداثيات على 2.

المعطيات: $\triangle ABC$
S نقطة منتصف $\overline{AC}$
T نقطة منتصف $\overline{BC}$

المطلوب: $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$

البرهان:

حسب قانون نقطة المنتصف، إحداثيات S هي $\left(\frac{2b+0}{2}, \frac{2c+0}{2}\right)$ أو (b, c) وإحداثيات T هي $\left(\frac{2a+2b}{2}, \frac{0+2c}{2}\right)$ أو $(a+b, c)$.

حسب قانون الميل، فإن ميل $\overline{ST}$ هو $\frac{c-c}{a+b-b}$ أو 0 وميل $\overline{AB}$ هو $\frac{0-0}{2a-0}$ أو 0.

بما أن $\overline{ST}$ و $\overline{AB}$ لهما الميل نفسه، فإن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.

نصيحة دراسية

البرهان الإحداثي تسري الإرشادات والأساليب المستخدمة في هذا الدرس على كل الأشكال المختلفة، وليس المثلثات فقط.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

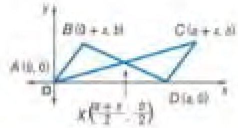
4. لنفترض أن O تمثل أوديسا، و A تمثل ألباني و S تمثل سان أنجلو.

$$\overline{OA} = \sqrt{(31.9 - 32.7)^2 + (102.3 - 99.3)^2} \approx 3.10;$$
$$\overline{AS} = \sqrt{(32.7 - 31.4)^2 + (99.3 - 100.5)^2} \approx 1.77;$$
$$\overline{OS} = \sqrt{(31.9 - 31.4)^2 + (102.3 - 100.5)^2} \approx 1.87;\ AS \approx OS,\ \triangle OAS$$

متساوي الساقين تقريبًا. وبالتالي مثلث غرب تكساس متساوي الساقين تقريبًا.

تمرين موجَّه

3. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\triangle ABX \cong \triangle CDX$.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.



الأساليب المستخدمة مع البراهين الإحداثية يمكن استخدامها في حل مسائل من الحياة اليومية.

الربط بالحياة اليومية

اختفت أكثر من 50 سفينة و 20 طائرة بشكل غامض في قطاع من شمال المحيط الأطلنطي أمام ساحل أمريكا الشمالية والمعروف باسم مثلث برمودا.

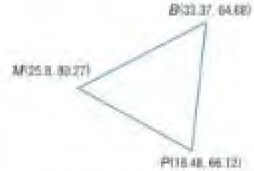
المصدر: موسوعة بريتانيكا

مثال 4 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات

الجغرافيا مثلث برمودا منطقة يحيط بها ميامي وفلوريدا وسان خوان وبورتوريكو وبرمودا. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 25.8°N 80.27°W و 18.48°N 66.12°W و 33.37°N 64.68°W. اكتب برهانًا إحداثيًا لإثبات أن مثلث برمودا مختلف الأضلاع.

الخطوة الأولى هي تعيين إحداثيات كل موقع. افترض أن M تمثل ميامي و B تمثل برمودا و P تمثل بورتوريكو.

إذا لم يكن أي ضلعين في $\triangle MPB$ متطابقين، فإن مثلث برمودا مختلف الأضلاع. استخدم قانون المسافة وحاسبة لإيجاد المسافة بين كل موقع.



$$MB = \sqrt{(33.37 - 25.8)^2 + (64.68 - 80.27)^2}$$
$$\approx 17.33$$

$$MP = \sqrt{(25.8 - 18.48)^2 + (80.27 - 66.12)^2}$$
$$\approx 15.93$$

$$PB = \sqrt{(33.37 - 18.48)^2 + (64.68 - 66.12)^2}$$
$$\approx 14.96$$

بما أن كل ضلع له طول مختلف، فإن $\triangle MPB$ مختلف الأضلاع. ولهذا، مثلث برمودا مختلف الأضلاع.

تمرين موجَّه

4. **جغرافيا** في عام 2006، تعاونت مجموعة من متاحف الفن لتشكيل مثلث تكساس الغربي (West Texas Triangle) للترويج إلى مجموعاتهم الفنية. تشكلت هذه المنطقة من مدن أوديسا وسان أنجلو. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 31.9°N 102.3°W و 31.4°N 100.5°W ، 32.7°N 99.3°W. اكتب برهانًا إحداثيًا لإثبات أن مثلث تكساس الغربي متساوي الساقين تقريبًا. **انظر الهامش.**

التدريس باستخدام التكنولوجيا

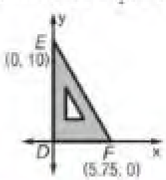
اللوحة البيضاء التفاعلية اعرض مثلثًا على اللوحة وارسم مستوى إحداثيًا بحيث يتم وضع واحدة من نقاط التقاطع عند النقاط (a, b) في الربع الأول. ثم أعد رسم المستوى الإحداثي بحيث تصبح نقطة التقاطع عند النقطة $(0, 0)$. وضّح لطلابك أن ذلك من شأنه أن يساعد في تبسيط العمليات الحسابية.

إرشاد للمعلمين الجدد

التبرير بما أن البراهين الإحداثية تجمع بين الهندسة والجبر، ذكّر الطلاب بأنهم سيحتاجون إلى استخدام قوانين المسافة والميل ونقطة المنتصف، وكذلك المسلّمات والنظريات. انصح الطلاب بالبحث عن المفردات الأساسية مثل "الطول" أو "التوازي" في المسائل الكلامية، مما قد يشير إلى إمكانية استخدام قانون معين لحل المسألة.

مثال إضافي

4. **الرسم** اكتب برهانًا إحداثيًا لإثبات أن أداة الرسام هذه تشبه المثلث قائم الزاوية. طول أحد الأضلاع يساوي 25 سنتيمترًا وطول الضلع الآخر يساوي 14.375 سنتيمترًا.



ميل $\overline{ED}$ غير معرّف، وميل $\overline{DF}$ يساوي 0. $\overline{ED} \perp \overline{DF}$، إذًا $\triangle DEF$ قائم الزاوية. وشكل أداة الرسام يشبه المثلث قائم الزاوية.

التركيز على محتوى الرياضيات

الإحداثي العددي أولاً انصح الطلاب بأنهم قد يحتاجون إلى تحديد مكان الشكل باستخدام الإحداثيات العددية أولاً ثم تحويلها إلى الإحداثيات المتغيرة لكتابة براهينها.

التدريس المتمايز BL OL AL

النمط البصري/المكاني زوّد الطلاب بنسخة خريطة شفافة. واطلب من الطلاب اختيار ثلاث وجهات واستخدام تلك الرؤوس لرسم مثلث. بعد ذلك، يضع الطلا ب الخريطة الشفافة على المستوى الإحداثي. شجع الطلا ب على التجربة باستخدام هذا الموضع. وفي النهاية اطلب من الطلا ب استخدام البرهان الإحداثي لتصنيف المثلث.

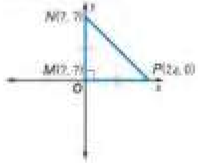
التحقق من فهمك

مثال 1 **ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.** **2–1. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

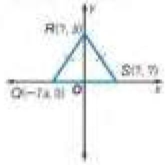
1. المثلث متساوي الساقين $\triangle ABC$ بقاعدة $\overline{BC}$ طولها $4a$ وحدات.
2. المثلث قائم الزاوية $\triangle FGH$ بساقين $\overline{FG}$ و $\overline{GH}$ بحيث طول الساق $\overline{FG}$ هو $3a$ وحدات وطول الساق $\overline{GH}$ هو $5b$ وحدات.

مثال 2 **عيّن الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.**

3. **M(0, 0), N(0, 2a)**



4. **R(0, b), S(7a, 0)**



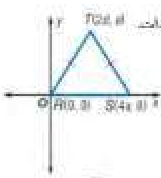
مثال 3
5. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\triangle TXZ$ يشبه $\triangle WXY$. **انظر الهامش.**

مثال 4
6. **الدورة الأولمبية** خلال رحلة الشعلة الأولمبية من أولمبيا في اليونان إلى دورة الألعاب الشتوية 2010، مرت الشعلة بمدينة لندن في إنجلترا وشلالات نياجرا وأونتاريو وانتهى بها المطاف في فانكوفر في كولومبيا البريطانية. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 42.9°N و 81.2°W و 43.1°N و 79.1°W و 49.3°N و 123.1°W. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن هذه النقاط الثلاث الواقعة في مسار الشعلة تشكل مثلثًا مختلف الأضلاع. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.**

7. متساوي الأضلاع $\triangle ABC$ بطول أضلاع $5a$ وحدات.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.
8. متساوي الأضلاع قائم الزاوية $\triangle RST$ بطول وتره $\overline{RS}$ يساوي 4d وحدات.
الحل:



9. قائم الزاوية $\triangle JKL$ بالساقين $\overline{JK}$ و $\overline{JL}$، بحيث طول $\overline{JK}$ يبلغ a وحدات وطول $\overline{JL}$ 4 أضعاف طول $\overline{JK}$.

10. متساوي الأضلاع $\triangle XYZ$ بأضلاع طولها $\frac{1}{4}c$ وحدات.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-6 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

5. **المطلوب:** طبقًا لقانون حساب المسافات، فإن طول

$$\overline{WX} = \sqrt{(0-0)^2 + (5b-0)^2} = 5b,$$
$$\overline{TX} = \sqrt{(0-0)^2 + (10b-0)^2} = 10b,$$
$$\overline{XP} = \sqrt{(0-12a)^2 + (0-0)^2} = 12a,$$
$$\overline{XN} = \sqrt{(0-24a)^2 + (0-0)^2} = 24a.$$

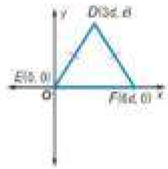
ومن ثم، فإن نسبة $\overline{WX}$ إلى $\overline{TX}$ تكون $\frac{1}{2}$ و نسبة $\overline{XP}$ إلى $\overline{XN}$ تكون $\frac{1}{2}$. $\angle TXN \cong \angle WXN$، إذًا وطبقًا لمسلّمة SAS، فإن $\triangle TXZ$ يماثل $\triangle WXY$.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	7–24, 30, 34, 36–43	7–21 فردي، 38–41	8–24 زوجي، 30, 34, 36, 37, 42–43
OL أساسي	7–23 فردي، 25–30, 34, 36–43	7–24, 38–41	25–30, 34, 36, 37, 42–43
BL متقدم	25–43		

11. متساوي الساقين ΔDEF بساقين $\overline{DE}$ و $\overline{DF}$ مع قاعدة طولها $6d$ وحدات.

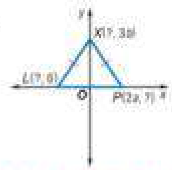
الحل:



12. قائم الزاوية ΔMNP بوتر $\overline{MN}$، طول $\overline{MP}$ يبلغ $2a$ وحدات وطول $\overline{NP}$ يبلغ $4b$ وحدات.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

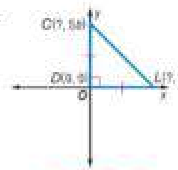
مثال 2 عيّن الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.

13.



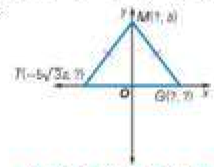
$X(0, 3b), L(-2a, 0), P(2a, 0)$

14.



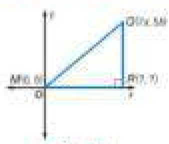
$C(0, 5b), L(5b, 0)$

15.



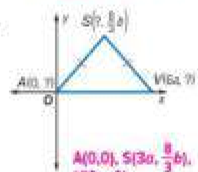
$T(-5\sqrt{3}a, 0), G(5\sqrt{3}a, 0), M(0, b)$

16.



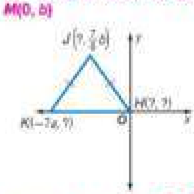
$R(7a, 0)$

17.



$A(0,0), S(3a, \frac{8}{3}b), V(6a, 0)$

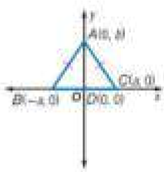
18.



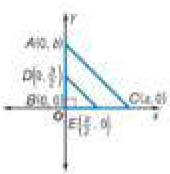
$H(0,0), K(-7a, 0), J(-\frac{7}{2}a, \frac{7}{6}b)$

مثال 3 البرهان اكتب برهانًا إحداثيًا لكل عبارة. 19-20. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

19. عند رسم الارتفاع في مثلث متساوي الساقين، يتكون مثلثان متطابقان.



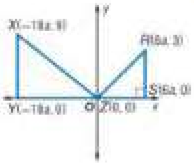
20. القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي مثلث قائم الزاوية توازي الوتر.



777

مثال 4 **البرهان** **اكتب برهانًا إحداثيًا لكل عبارة.** **22-24. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

21. $\triangle XYZ$ يشبه $\triangle RSZ$.



البرهان:

$$ZS = \sqrt{(0-6a)^2+(0-0)^2} = 6a$$
$$ZR = \sqrt{(0-6a)^2+(0-3)^2} = \sqrt{36a^2+9}$$
$$RS = \sqrt{(6a-6a)^2+(0-3)^2} = 3$$
$$ZY = \sqrt{(0--18a)^2+(0-0)^2} = 18a$$
$$XY = \sqrt{(-18a--18a)^2+(9-0)^2} = 9$$
$$XZ = \sqrt{(-18a-0)^2+(9-0)^2} = 3\sqrt{36a^2+9}$$

بما أن $\frac{ZS}{ZY} = 3$ و $\frac{ZR}{XZ} = 3$ و $\frac{RS}{XY} = 3$ إذًا $\triangle XYZ$ يشبه $\triangle RSZ$

22. $R(-3, -3), S(3, -3), T(0, 3\sqrt{3} - 3)$ تشكل مثلثًا متساوي الأضلاع.

23. **كرة القدم** فريق ولاية أوهايو في كولومبوس، أوهايو وفريق ولاية بنسلفانيا في يونيفرستي بارك، بنسلفانيا وفريق نورث ويسترن في إيفانستون، إلينوي هم جميعًا جزء من مجموعة العشرة الكبار. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 39.98°N و 82.98°W و 40.79°N 77.86°W و 87.62°W و 41.88°N. ما نوع المثلث المتشكل بهذه المدن الثلاث؟

24. **كرة الطلاء** سلطان وجمال وصالح جميعًا في فريق واحد في لعبة كرة الطلاء. يقف جمال عند نقطة الأصل وسلطان عند (4, 3) وصالح عند (0, 5). قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن المثلث المكون بواسطة فريق كرة الطلاء متساوي الأضلاع.

ارسم $\triangle XYZ$ وأوجد ميل كل ضلع في المثلث. حدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا. اشرح.
25-26. انظر الهامش.

25. $X(0, 0), Y(2a, 3b), Z(3a, 2b)$

26. $X(0, 0), Y(7c, 3), Z(-3c, 7c^2)$

27. **الملاهي** طارق في مدينة الملاهي ويريد ركوب الأفعوانية ودوامة الخيول وسيارات التصادم. إذا علمت أن الأفعوانية تقع عند (1 − ,2) ودوامة الخيول تقع عند (3 ,3) وسيارات التصادم تقع عند (−2, 0)، فقم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن الشكل المكون بالألعاب الثلاث قائم الزاوية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

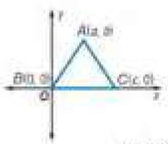
28. **البرهان** قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\triangle ABC$ مثلث مختلف الأضلاع إذا علمت أن الرؤوس هي $A(0, 0)$ و $B(3a, 5a)$ و $C(-2a, 8a)$.

29. **الماراثون الثلاثي** تشارك فتحية في ماراثون ثلاثي. تقع نقطة البداية عند نقطة الأصل. خلال الشوط الأول من الماراثون الثلاثي، تركض فتحية لمسافة 10 كم باتجاه الشرق ثم تركب الدراجة لمسافة 40 كم باتجاه الشمال وفي الشوط الأخير تسبح لمسافة 15 كم باتجاه الشمال. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن المثلث المتكون من نقطة البداية وبداية ركوب الدراجة ونهاية السباحة هو مثلث مختلف الأضلاع.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

30. **التبرير** إذا علمت أن نقطة الأصل هي نقطة منتصف وتر مثلث قائم الزاوية رأساه عند (−4, 2) و (4, 2)، فأوجد الرأس الثالث. **(4, −2)**

31. **تحدٍ** قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أنه في حالة ضرب كل إحداثي من إحداثيات x وإحداثيات y في 2، فإن الشكل الناتج يشبه المثلث الأصلي. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**



32. **التبرير** إذا علمت أن $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية والإحداثيات هي $A(0, 0)$ و $B(4, 0)$. فكم عدد النقاط المختلفة التي يمكن أن تقع C عندها على المستوى الإحداثي؟

32. 4؛ إحداثيات C يمكن أن تكون: $C(0, 4)$، $C(0, -4)$، $C(4, 4)$، $C(4, -4)$

إجابات إضافية

25. ميل $XY = \frac{3b}{2a}$

ميل $YZ = -\frac{a}{b}$

ميل $XZ = \frac{2b}{3a}$

المثلث ليس مثلثًا قائم الزاوية نظرًا لعدم تعامد اثنين من الخطوط به.

26. ميل $XY = \frac{3}{7c}$

ميل $YZ = -\frac{7c^2-3}{10c}$

ميل $XZ = -\frac{7c}{3}$

هذا المثلث عبارة عن مثلث قائم الزاوية نظرًا لأن XY عمودي على XZ.

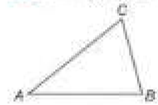
778 | الدرس 12-8 | المثلثات والبرهان الإحداثي

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اطلب من الطلاب ذكر كيف يمكنهم تحديد موضع أشكال معينة في المستوى الإحداثي وكيف يحددون أسماء الرؤوس. وقد يناقش الطلاب أفكارًا متنوعة حول تحديد الموضع وحول كيفية تبسيط البراهين الإحداثية عن طريق استخدام الأساليب الأصلية والبسيطة في تحديد الأسماء.

تدريب على الاختبار المعياري

33. الإجابة الشبكية في الشكل أدناه $m\angle B = 76$. قياس $\angle A$ نصف قياس $\angle B$. ما قياس $m\angle C$؟ **66**

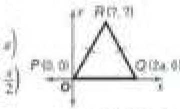


34. الجبر ما الإحداثي الأفقي x لحل نظام المعادلات الظاهر أدناه؟ **D**

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -4x + 2y = -18 \end{cases}$$

A -6 **C** 3
B -3 **D** 6

35. ما إحداثيات النقطة R في المثلث؟ **G**



F $\left(\frac{a}{2}, a\right)$ **H** $\left(\frac{b}{2}, a\right)$
G (a, b) **J** $\left(\frac{b}{2}, \frac{a}{2}\right)$

36. SAT/ACT بالنسبة لكل x،

$17x^3 + 3x^2 + 2 - (-4x^3 + 3x^3 - 2) =$ **C**

A $13x^3 + 3x^3 + 3x^2$
B $13x^3 + 6x^2 + 4$
C $21x^3 - 3x^3 + 3x^2 + 4$
D $21x^3 + 3x^2 + 3x^3$
E $21x^3 + 3x^3 + 3x^2 + 4$

مراجعة شاملة

راجع الشكل الموجود على اليسار.

37. اذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle TSR \cong \angle TRS$

38. اذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{RQ} \cong \overline{QS}$

39. اذكر اسم زوج من المثلثات المتطابقة. $\triangle RQV \cong \triangle SQV$

37–39. تُقدم الإجابة النموذجية.

40. المنحدرات يتطلب القانون الأمريكي لذوي الإعاقة أن تمتد منحدرات الكراسي المتحركة لمسافة 30 سم على الأقل لكل ارتفاع بمقدار 2.5 سم.

a. حدد الميل المتمثل في هذا المتطلب. $\frac{1}{12}$

b. أقصى طول يسمح به القانون لمنحدر هو 9 أمتار. كم يبلغ ارتفاع أعلى نقطة في هذا المنحدر بالسنتيمتر؟ **75 cm**

مراجعة المهارات

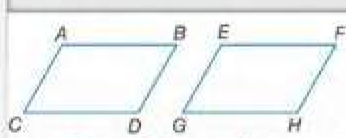
أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

41. $X(5, 4)$ ، $Y(2, 1)$ **4.2** **42.** $A(1, 5)$ ، $B(-2, -3)$ **8.5** **43.** $J(-2, 6)$ ، $K(1, 4)$ **3.6**

التدريس المتمايز BL OL

التوسع اكتب دليلاً لتثبت أن $\overline{EGHF} \cong \overline{ACDB}$.

المعطيات: $\overline{AC} \cong \overline{EG}, \overline{BD} \cong \overline{FH}, \overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{CD} \cong \overline{GH}, \angle A \cong \angle E$.



المطلوب: ارسم القطر $\overline{CB}$ و $\overline{GF}$ $\triangle ABC \cong \triangle EFG$. و $\triangle BCD \cong \triangle FGH$ (SAS). وباستخدام CPCTC ونظرية جمع الزوايا، يمكن أن نثبت أن $\angle B \cong \angle F$ و $\angle C \cong \angle G$. بما أن الأضلاع والزوايا المتناظرة تكون متطابقة، فإن الشكل الرباعي $ACDB \cong$ الشكل الرباعي $EGHF$.